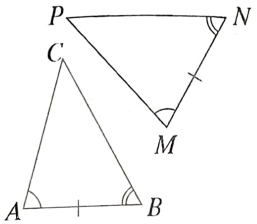
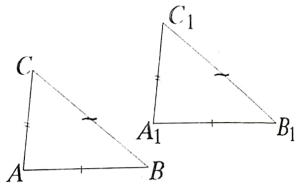
Тема 5
Втори и трети признак за еднаквост на два триъгълника. Равнобедрен триъгълник

Ако $AB = MN$, $\sphericalangle A = \sphericalangle M$ *и* $\sphericalangle B = \sphericalangle N$, *то* $\triangle ABC \cong \triangle MNP$ *(втори признак за еднаквост на триъгълници).*

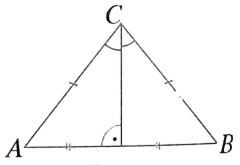


Ако $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ *и* $BC = B_1C_1$, *то* $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ *(трети признак за еднаквост на триъгълници).*



Ако $AC = BC$, *то* $\triangle ABC$ *се нарича равнобедрен с бедра* AC *и* BC, *и основа* AB.

Височината, ъглополовящата и медианата към основата съвпадат.



Самостоятелна работа върху минимума знания и умения

1. Да се докаже, че два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни основа и прилежащ на нея ъгъл.

2. Да се докаже, че два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни основа и срещулежащ на нея ъгъл.

3. Да се докаже, че два правоъгълни триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни хипотенуза и остър ъгъл.

4. Да се докаже, че два правоъгълни триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни катет и прилежащ (срещулежащ) на него ъгъл.

5. Да се докаже, че два равностранни триъгълника са еднакви, ако имат по една съответно равна страна.

6. В равнобедрен триъгълник бедрото и основата са съответно 10 cm и 4 cm. Да се намери периметърът на триъгълника.

7. Периметърът на равнобедрен триъгълник е 20 cm. Бедрото му е два пъти по-голямо от основата. Да се намерят страните на този триъгълник.

8. Със страна бедрото на равнобедрен триъгълник, периметърът на който е 40 cm, е построен равностранен триъгълник с периметър 45 cm. Да се намери основата на равнобедрения триъгълник.

9. В равнобедрен триъгълник един от ъглите е 90°. Да се намерят другите ъгли на триъгълника.

10. В равнобедрен триъгълник един от ъглите е 100°. Да се намерят другите му ъгли.

11. В правоъгълния $\triangle ABC$ ($\sphericalangle C = 90^\circ$) M е такава точка от отсечката AB, че $\sphericalangle ACM = \sphericalangle CAM$. Да се докаже, че M е средата на AB.

Контролна работа

Вариант 1

1. Да се докаже, че два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни основа и бедро.

2. Да се докаже, че средата на отсечка с краища върху две успоредни прави е равноотдалечена от тези прави.

3. Даден е четириъгълник $ABCD$, в който $AD = BC$. Да се докаже, че ако $\sphericalangle A = \sphericalangle B$, то $\sphericalangle C = \sphericalangle D$.

Вариант 2

1. Да се докаже, че в еднаквите триъгълници съответните височини са равни.

2. Да се докаже, че върховете на всеки триъгълник са равноотдалечени от правата, която минава през средата на две от страните му.

3. Даден е правоъгълният $\triangle ABC$ ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$), в който $\sphericalangle CAB = 30^\circ$. През средата P на AC е построена права, перпендикулярна на AC, която пресича AB в точката M. Ако $CH \perp AB$ ($H \in AB$), да се докаже, че $CP = CH$.

Вариант 3

1. Да се докаже, че в еднаквите триъгълници съответните ъглополовящи са равни.

2. Даден е равнобедреният $\triangle ABC$, в който AB е основа, а CM е медиана. Да се докаже, че $\sphericalangle ACM = \sphericalangle BCM$.

3. Върху едното рамо на ъгъл с връх O са взети точки A и B, а върху другото – C и D така, че $OA = OC$ и $OB = OD$. Да се докаже, че правите AD и BC се пресичат върху ъглополовящата на ъгъла.

Задачи за упражнение

1. Да се докаже, че ъглополовящите на ъглите при основата на равнобедрен триъгълник са равни.

2. В $\triangle ABC$ отсечката CD е медиана. Да се докаже, че A и B се намират на равни разстояния от правата CD.

3. В $\triangle ABC$ перпендикулярите, издигнати от средите M и N съответно на страните AC и BC, се пресичат в точка O. Ако O лежи на ъглополовящата на $\sphericalangle ACB$, да се докаже, че $\triangle ABC$ е равнобедрен.

4. Триъгълниците ABC и ABC_1 са равнобедрени с обща основа AB. Да се докаже, че $\triangle ACC_1 \cong \triangle BCC_1$.

5. Даден е $\triangle ABC$ и точки C_1 и C_2 съответно върху AC и BC така, че $\triangle ABC_1 \cong \triangle BAC_2$. Да се докаже, че $\triangle ABC$ е равнобедрен.

6. Отсечките AB и A_1B_1 са хорди в окръжност с център O. Да се докаже, че ако $AB = A_1B_1$, то $\sphericalangle AOB = \sphericalangle A_1OB_1$.

7. През всеки връх на един триъгълник е прекарана права, която е успоредна на срещулежащата му страна. Да се докаже, че четирите получени триъгълника са еднакви.

8. Върху бедрата AC и BC на равнобедрения $\triangle ABC$ са взети съответно точки P и Q, така че $\sphericalangle AQC = \sphericalangle BPC$. Ако правите AQ и BP се пресичат в точка O, да се докаже, че $CO \perp AB$.

9. В правоъгълния $\triangle ABC (\sphericalangle C = 90^\circ)$ отсечките AD и BF са ъглополовящи. Правите, които минават през F и

D и са перпендикулярни на AB, пресичат AB съответно в точките M и N. Да се докаже, че $\triangle MFC$ и $\triangle NDC$ са равнобедрени. Да се пресметне $\sphericalangle MCN$.

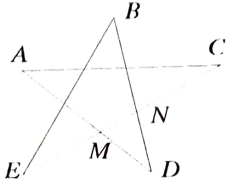
10. В правоъгълния $\triangle ABC$ ($BC > AC$) отсечките CH и CL са съответно височина и ъглополовяща към хипотенузата. Ако точка A_1 лежи върху катета BC, така че $AC = A_1C$ и M е пресечната точка на правите AA_1 и CH, да се докаже, че $CM = AL$.

11. В триъгълник една от медианите е перпендикулярна на една от ъглополовящите. Да се докаже, че една от страните на този триъгълник е два пъти по-голяма от друга негова страна.

12. Върху бедрата BC и AC на равнобедрения $\triangle ABC$ с $\sphericalangle ACB = 30^\circ$ са взети съответно точките M и N, така че $\sphericalangle MAC = 45^\circ$ и $\sphericalangle AMN = 90^\circ$. Да се докаже, че $MN = AB$.

13. Даден е правоъгълникът $ABCD$. През върха A е спуснат перпендикулярът AE ($E \in BD$) към BD, който е продължен до точката F, така че $EF = AE$. Да се докаже, че $BF \perp DF$ и $BD \parallel FC$.

14. За звездата на чертежа е дадено, че $\sphericalangle A = \sphericalangle B$, $\sphericalangle C = \sphericalangle E$ и $AC = BE$. Да се докаже, че $AD = BD$.



15. В равнобедрения $\triangle ABC$ ($AC = BC$ и $AB > AC$) BL е ъглополовяща. Точката D е от лъча $\overrightarrow{BC}$ и $BD = BA$. През L е построена правата l, успоредна на AB, която пресича BC в точката M. Да се докаже, че:

а) $\triangle DLM$ е равнобедрен;

б) $\sphericalangle DLM = \sphericalangle ACB$.

16. Да се докаже, че ако диагоналите на един изпъкнал петоъгълник разделят всеки от ъглите му на три равни части, то петоъгълникът е правилен.

17. Страната AB на $\triangle ABC$ е разделена от точките A_1 и B_1 на три равни части, като A_1 е между A и B_1. Ако е известно, че $\sphericalangle ACA_1 = 15^\circ$ и $\sphericalangle CA_1B = 60^\circ$, да се намерят ъглите на триъгълника ABC.