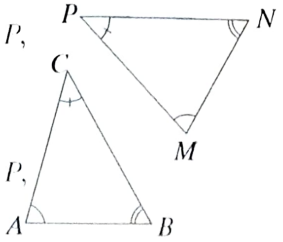
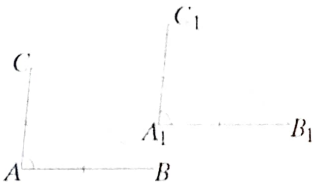
Тема 3
Еднакви триъгълници. Първи признак за еднаквост на триъгълници

Ако $\sphericalangle A = \sphericalangle M$, $\sphericalangle B = \sphericalangle N$, $\sphericalangle C = \sphericalangle P$, $AB = MN$, $AC = MP$ *и* $BC = NP$, *то* $\triangle ABC \cong \triangle MNP$.

Ако $\triangle ABC \cong \triangle MNP$, *то* $\sphericalangle A = \sphericalangle M$, $\sphericalangle B = \sphericalangle N$, $\sphericalangle C = \sphericalangle P$, $AB = MN$, $AC = MP$ *и* $BC = NP$.

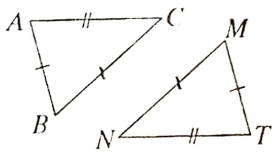


Ако $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$ *и* $\sphericalangle A = \sphericalangle A_1$, *то* $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$ *(първи признак за еднаквост на триъгълници).*

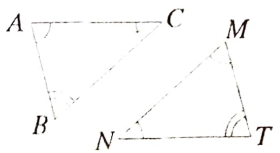


Самостоятелна работа върху минимума знания и умения

1. На чертежа са показани два еднакви триъгълника, като съответните страни са означени по един начин. Да се запишат съответните върхове и съответните ъгли.



2. На чертежа са показани два еднакви триъгълника, като съответните ъгли са означени по един начин. Да се запишат съответните страни.



3. Дадено е, че $\triangle BCD \cong \triangle MFP$, при това буквите на върховете на втория триъгълник са подредени така, че да следват реда на буквите на съответните им върхове в първия триъгълник. Да се запишат съответните:

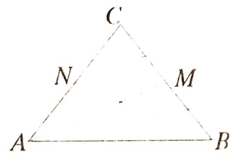
а) ъгли; б) страни.

4. Дадено е, че $\triangle ABC \cong \triangle MNP$ и $\sphericalangle A = 30^\circ$, $\sphericalangle N = 45^\circ$, $AB = 14\ cm$, $MP = 6\ cm$. Да се намерят MN, AC, $\sphericalangle M$ и $\sphericalangle B$.

5. Дадено е, че $\triangle ABC \cong \triangle MNP$, $AB = 5\ cm$, $PN = 7\ cm$ и $MP = 11\ cm$. Да се намерят AC, BC и MN.

6. Дадено е, че $\triangle ABC \cong \triangle MNP$, $\sphericalangle A = 62^\circ$, $\sphericalangle B = 48^\circ$ и $\sphericalangle C = 70^\circ$. Да се намерят ъглите на $\triangle MNP$.

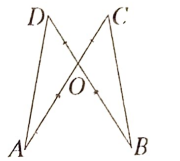
7. Триъгълникът ABC е равнобедрен ($AC = BC$) и $\triangle ABM \cong \triangle BAN$. Ако M е средата на бедрото BC, да се докаже, че N е средата на бедрото AC.



8. На чертежа $OC = OD$ и $OA = OB$. Да се докаже, че:

а) $\triangle AOD \cong \triangle BOC$;

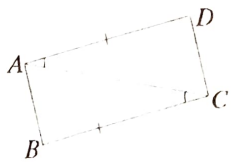
б) $\sphericalangle DAO = \sphericalangle CBO$, $\sphericalangle ADO = \sphericalangle BCO$.



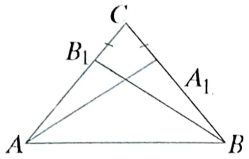
9. На чертежа $AD = BC$ и $\sphericalangle CAD = \sphericalangle ACB$. Да се докаже, че:

а) $\triangle ACD \cong \triangle CAB$;

б) $DC = AB$ и $\sphericalangle ACD = \sphericalangle CAB$.



10. Триъгълникът ABC е равнобедрен ($AC = BC$) и $CA_1 = CB_1$. Да се докаже, че:



а) $\triangle ACA_1 \cong \triangle BCB_1$;

б) $AA_1 = BB_1$ и $\sphericalangle CAA_1 = \sphericalangle CBB_1$.

11. Да се докаже, че ъглите при основата на равнобедрения триъгълник са равни.

12. Да се докаже, че медианата към основата в равнобедрения триъгълник е същевременно височина и ъглополовяща в триъгълника.

Контролна работа

Вариант 1

1. Точката O е обща среда на отсечките AB и CD (AB и CD нямат друга обща точка). Да се докаже, че $\triangle AOC \cong \triangle BOD$.

2. В равнобедрения $\triangle ABC$ ($AC = BC$), CD е ъглополовяща и M е произволна точка от нея. Да се докаже, че $\sphericalangle MAC = \sphericalangle MBC$.

3. Да се докаже, че в равнобедрения триъгълник медианите към бедрата му са равни.

Вариант 2

1. Да се докаже, че два равнобедрени триъгълника са еднакви, ако имат съответно равни бедро и ъгъл срещу основата.

2. Да се докаже, че средите на страните на равнобедрен триъгълник са върхове на равнобедрен триъгълник.

3. През средата M на отсечката AB е построена права, перпендикулярна на AB. Да се докаже, че ако X е произволна точка от тази права, то $XA = XB$.

Вариант 3

1. Да се докаже, че два правоъгълни триъгълника са еднакви, ако катетите им са съответно равни.

2. В $\triangle ABC$ отсечката CM е медиана. Ако $\sphericalangle AMC = \sphericalangle BMC$, да се докаже, че $\sphericalangle ACM = \sphericalangle BCM$.

3. Върху бедрата AC и BC на равнобедрения $\triangle ABC$ са дадени съответно две точки M и N, така че $AM = BN$. Да се докаже, че $\sphericalangle BAN = \sphericalangle ABM$.

Задачи за упражнение

1. В остроъгълните триъгълници ABC и $A_1B_1C_1$ отсечките CH и C_1H_1 са височини. Да се докаже, че ако $CH = C_1H_1$, $AH = A_1H_1$ и $HB = H_1B_1$, то $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.

2. В триъгълниците ABC и $A_1B_1C_1$ отсечките CL и C_1L_1 са ъглополовящи. Да се докаже, че ако $CL = C_1L_1$, $AL = A_1L_1$, $LB = L_1B_1$ и $\sphericalangle ALC = \sphericalangle A_1L_1C_1$, то $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.

3. В триъгълниците ABC и $A_1B_1C_1$ отсечките CM и C_1M_1 са медиани. Да се докаже, че ако $CM = C_1M_1$, $AM = A_1M_1$ и $\sphericalangle AMC = \sphericalangle A_1M_1C_1$, то $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.

4. Да се докаже, че в еднаквите триъгълници съответните височини са равни.

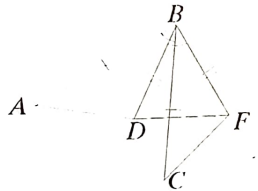
5. Да се докаже, че ако в триъгълник една от медианите е височина, то триъгълникът е равнобедрен.

6. Да се докаже, че в еднаквите триъгълници съответните медиани са равни.

7. M и N са такива точки от основата AB на равнобедрения $\triangle ABC$, че $AM = BN$. Да се докаже, че $\sphericalangle CMN = \sphericalangle CNM$.

8. На страните AB и A_1B_1 на триъгълниците ABC и $A_1B_1C_1$ са избрани съответно точките D и D_1. Ако $\triangle ADC \cong \triangle A_1D_1C_1$ и $DB = D_1B_1$, да се докаже, че $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$.

9. На чертежа $AB = BC$, $BD = BF$ и $\sphericalangle ABC = \sphericalangle FBD$. Да се докаже, че $\sphericalangle BAD = \sphericalangle BCF$.



10. Точките M и E лежат върху основата AB на равнобедрения $\triangle ABC$, така че $AM = BE$. Да се докаже, че $\sphericalangle ACE = \sphericalangle BCM$.

11. В равнобедрения $\triangle ABC$ ($AC = BC$) на страните BC и AC са избрани съответно точките A_1 и B_1, така че $BA_1 = AB_1$. Ако AA_1 и BB_1 се пресичат в точка P, да се докаже, че P е равноотдалечена от BC и AC.

12. Основата AB на равнобедрения $\triangle ABC$ има дължина c. През средата M на AC е построена права, перпендикулярна на AC, която пресича отсечката BC в точката E. Периметърът на $\triangle ABC$ е равен на $2p$. Да се намери периметърът на $\triangle ABE$.

13. Даден е изпъкналият четириъгълник $ABCD$. Страната AB е продължена в посока от A към B и върху продължението е избрана такава точка B_1, че $AB = BB_1$. По същия начин са продължени страните BC от B към C, CD от C към D и DA от D към A и върху продълженията са избрани съответно такива точки C_1, D_1 и A_1, че $BC = CC_1$, $CD = DD_1$ и $DA = AA_1$. Да се докаже, че $S_{A_1B_1C_1D_1} = 5S_{ABCD}$.

14. Правата, която минава през средите P и Q съответно на диагоналите AC и BD на изпъкнал четириъгълник $ABCD$, пресича правите AB и CD съответно в точките M и N. Да се докаже, че $S_{ABN} = S_{CDM}$.

15. Даден е правилният шестоъгълник $ABCDEF$. Точките M и N са средите съответно на страните BC и DC, а O е пресечната точка на AN и FM. Да се докаже, че $S_{AOF} = S_{MCNO}$.

16. В $\triangle ABC$ медианата AM и ъглополовящата BL са перпендикулярни. Ако AM и BL се пресичат в точката O, да се намери $S_{OML} : S_{OBM}$.