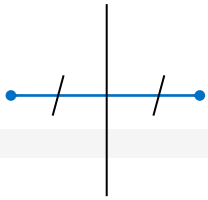
Симетрала на отсечка



Определение

– Права, която минава през средата на отсечката и е перпендикулярна на нея.

Теореми признак

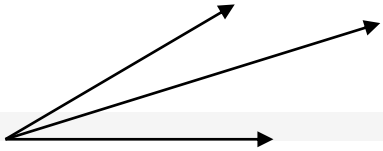
– Всяка точка, която се намира на равни разстояния от краищата на една отсечка, е точка от симетралата на отсечката.

– Ако две точки са на равно разстояние от краищата на една отсечка, то правата която ги свързва е симетрала на отсечката.

Теорема свойство

– Всяка точка от симетралата на една отсечка е на равни разстояния от краищата на отсечката.

Ъглополовяща на ъгъл



Определение

– Отсечката, която дели съответният ъгъл на две равни части.

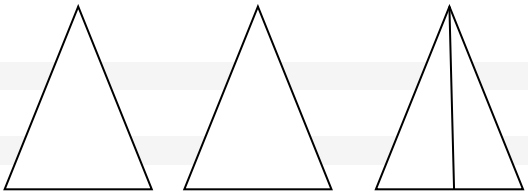
Теореми признак

– Ако вътрешна точка на ъгъл е на равни разстояния от раменете му, то точката лежи на ъглополовящата на ъгъла.

Теорема свойство

– Всяка точка от ъглополовящата на ъгъл се намира на равни разстояния от раменете на ъгъла.

Равнобедрен триъгълник



Определение

– Триъгълник, на който две от страните са равни.

Теореми признак

– Ако в един триъгълник два ъгъла са равни, то той е равнобедрен.

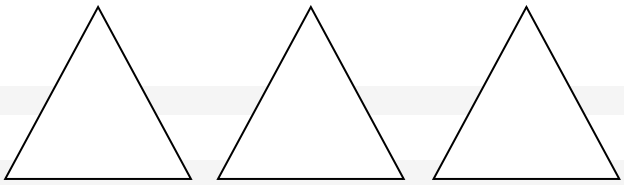
– Ако два от елементите височина, медиана и ъглополовяща, построени от един връх на триъгълника, съвпадат, то триъгълникът е равнобедрен.

Теорема свойство

– В равнобедрен триъгълник ъглите при основата са равни.

– В равнобедрен триъгълник медианата, ъглополовящата и височината през върха срещу основата съвпадат и лежат върху симетралата на основата, т.е. медиана, ъглополовяща, височина и симетрала към основата съвпадат.

Равностранен триъгълник



Определение

– Триъгълник, на който и трите страни са равни.

Теореми признак

– Ако трите ъгъла на един триъгълник са равни, то той е равностранен.

– Всеки равнобедрен триъгълник с ъгъл 60° е равностранен.

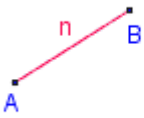
– Ако два от елементите височина, медиана и ъглополовяща, построени от всеки връх на триъгълника, съвпадат, то триъгълникът е равностранен.

Теорема свойство

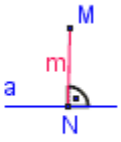
– В равностранен триъгълник трите ъгъла са равни на 60°.

– В равностранен триъгълник медианата, ъглополовящата и височината през всеки връх съвпадат и лежат върху симетралата на съответната страна, т.е. медиана, ъглополовяща, височина и симетрала към всяка страна съвпадат.

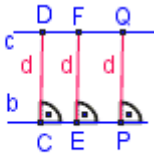
Разстояние



Фиг. 1



Фиг. 2

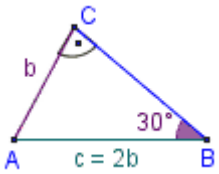


Фиг. 3

- **между две точки** (Фиг. 1) – Разстоянието между две точки е разстоянието измерено по правата, която ги свързва.
Например, на Фиг. 1 разстоянието между т. A и т.B е отсечката AB = n.
- **от точка до права** (Фиг. 2) – Дължината на перпендикуляра MN = m се нарича разстояние от т. M до правата a.
- **между две успоредни прави** (Фиг. 3) – Разстоянието от коя да е точка от едната права с до другата права b. Например, на Фиг. 3 това са отсечките CD = EF = PQ = d.

Правоъгълен триъгълник

Правоъгълен триъгълник с ъгъл 30°



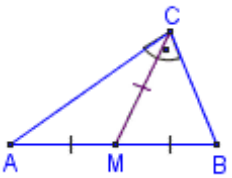
– Катетът, лежащ срещу ъгъл 30° в правоъгълен триъгълник, е равен на половината от хипотенузата.

В ΔABC (C = 90°) от B = 30° b = c (c = 2b).

– Ако в правоъгълен триъгълник катет е равен на половината от хипотенузата, то ъгълът срещу него е 30°.

В ΔABC (C = 90°) от b = c (c = 2b) B = 30°.

Медиана към хипотенузата



– Ако в триъгълник медианата към една страна е равна на половината от нея, то ъгълът срещу тази страна е прав, т.е. триъгълникът е правоъгълен.

Ако AM = BM = CM, то ΔABC (C = 90°).

– Медианата към хипотенузата в правоъгълен триъгълник е равна на половината от хипотенузата.

Ако ΔABC (C = 90°), то AM = BM = CM.

Основни задачи

Зад. №1:
Да се докаже, че в правоъгълен триъгълник медианата към хипотенузата разделя триъгълника на два равнобедрени триъгълника.

Зад. №2:
В ΔABC имаме дадено: AB = 2a, BC = a и ABC = 60°. Да се докаже, че C = 90°.

Зад. №3:
Докажете, че в правоъгълен триъгълник с остър ъгъл 15°, височината към хипотенузата е четири пъти по-малка от хипотенузата.

Зад. №4:
Докажете, че ако симетралите на две от страните в един триъгълник се пресичат върху третата му страна, то триъгълникът е правоъгълен.

Зад. №5:
а) Ъглополовящите на външните ъгли при върховете B и C на ΔABC се пресичат в точка O. Да се докаже, че AO е ъглополовяща на BAC.
б) Вътрешната ъглополовяща при върха A и външната ъглополовяща при върха B на ΔABC се пресичат в точка O. Да се намери AOB, ако ACB = γ.

Зад. №6:
В правоъгълния ΔABC CH, CL и CM са съответно височина, ъглополовяща и медиана към хипотенузата. Докажете, че CL е ъглополовяща на HCM.

Зад. №7:
Даден е равнобедреният остроъгълен ΔABC (AC = BC) с основа AB. Да се докаже, че:
а) Височините AH_1 и BH_2 към бедрата са равни и ΔAHB е равнобедрен, където точка H е пресечна точка на AH_1 и BH_2.

б) Ъглополовящите AL_1 и BL_2 към бедрата са равни и ΔALB е равнобедрен, където точка L е пресечна точка на AL_1 и BL_2.

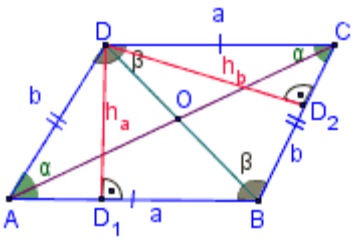
в) Медианите AM_1 и BM_2 към бедрата са равни и ΔAMB е равнобедрен, където точка M е пресечна точка на AM_1 и BM_2.

Успоредник

Определение

Четириъгълник, на които срещуположните страни са успоредни, т.е.

На чертежа, ако AB || CD и AD || BC ABCD – успоредник.



Теореми признаци

Четириъгълник, на който срещуположните страни са равни, е успоредник, т.е.

На чертежа, ако AB = CD и AD = BC ABCD – успоредник.

Четириъгълник, на който една двойка срещуположните страни са успоредни и равни, е успоредник, т.е.На чертежа, ако AB || CD и AB = CD (или AD || BC и AD = BC) ABCD – успоредник.

Четириъгълник, на който диагоналите взаимно се разполовяват, е успоредник, т.е.На чертежа, ако AO = CO и BO = DO ABCD – успоредник.

Четириъгълник, на който срещуположните ъгли са два по два равни, е успоредник, т.е.На чертежа, ако A = C и B = D ABCD – успоредник.

Теореми свойства

В успоредник двойките срещуположни страни са равни, т.е. ако ABCD – успоредник AB = CD и AD = BC.

В успоредник диагоналите взаимно се разполовяват, т.е. ако ABCD – успоредник AO = CO и BO = DO.

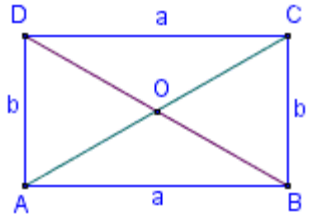
В успоредник срещуположните ъгли са равни, т.е. ако ABCD – успоредник A = C и B = D.

В успоредник сборът на прилежащите на коя да е страна ъгли е 180°.На чертежа, ако ABCD – успоредник A + D = 180°.

Периметър и лице

P_{ABCD} = 2a + 2b.

$S_{ABCD} = a.h_a = b.h_b$.



Правоъгълник

Определение

Успоредник с прав ъгъл.

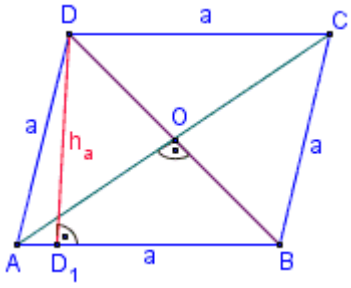
Теореми признаци

Успоредник с равни диагонали е правоъгълник, т.е.На чертежа, ако ABCD – успоредник и AC = BD ABCD – правоъгълник.

Четириъгълник с три прави ъгъла е правоъгълник, т.е.На чертежа, ако A = B = C = 90° ABCD – правоъгълник.

Теореми свойства

В правоъгълника диагоналите са равни, т.е. На чертежа, ако ABCD – правоъгълник AC = BD.



Периметър и лице

P_{ABCD} = 2a + 2b. S_{ABCD} = a.b.

Ромб

Определение

Успоредник с равни съседни страни, т.е. ако ABCD – успоредник и AB = AD ABCD – ромб.

Теореми признаци

Успоредник, на който диагоналите са взаимно перпендикулярни, е ромб, т.е.ако ABCD – успоредник и AC BD ABCD – ромб.

Четириъгълник, на който всички страни са равни, е ромб, т.е. ако AB = BC = CD = AD ABCD – ромб.

Теореми свойства

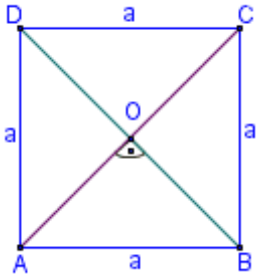
Диагоналите на ромба са взаимно перпендикулярни, т.е. ако ABCD – ромб AC BD.

Диагоналите на ромба са ъглополовящи на ъглите му, т.е. ако ABCD – ромб BAC = CAD и ABD = DBC.

Периметър и лице

P_{ABCD} = 4a. $S_{ABCD} = a.h_a = AC.BD/2$

Квадрат



Определения

Правоъгълник с равни съседни страни се нарича квадрат, т.е.

На чертежа, ако ABCD – правоъгълник и AB = BC ABCD – квадрат.

Ромб с прав ъгъл се нарича квадрат, т.е.

На чертежа, ако ABCD – ромб и A = 90° ABCD – квадрат.

Теореми свойства

Квадратът притежава всички свойства на успоредника, ромба и правоъгълника, т.е.

1. има равни страни;
2. има равни ъгли (равни на 90°);
3. има равни диагонали, които са перпендикулярни;
4. диагоналите взаимно се разполовяват;
5. диагоналите са ъглополовящи на ъглите на квадрата – образуват със страните ъгли по 45°.

Периметър и лице

$P_{ABCD} = 4a.$

$S_{ABCD} = a^2 = AC^2/2$

Основни задачи

Зад. №1:

Ако страните на успоредник ABCD са AB = a и BC = b (a > b), да се докаже, че ъглополовящите на ъглите на успоредника се пресичат във върховете на правоъгълник и да се намери диагонала на този правоъгълник.

Зад. №2:

За успоредник с остър ъгъл α докажете, че:
а) ъгълът между височините построени през връх на тъпия му ъгъл, е равен на α;
б) ъгълът между височините построени през връх на острия му ъгъл, е равен на 180°–α.

Кръгова диаграма

- **Сектор** – Ако един кръг го разделим на части с помощта на радиусите му, то тези части се наричат сектори. Например, на Фиг. 1 имаме три сектора, които са оцветени с различни цветове.
- **Централен ъгъл** – Ъгъл, чиито връх е в центъра на окръжността, а раменете му са радиуси на окръжността. Например, на Фиг. 1 централните ъгли са α, β, γ.

Ако имаме едно цяло нещо N, което на Фиг. 1 е разделено на части N_1 (отговарящо на жълтия сектор от окръжността), N_2 (отговарящо на синия сектор) и N_3 (отговарящо на кафявия сектор) и отношението им е $N_1 : N_2 : N_3$, то централните им ъгли са в същото отношение

(1): $\alpha : \beta : \gamma = N_1 : N_2 : N_3$,

а големината на централните ъгли се намира по формулата:

Ако частите N_1, N_2 и N_3 са зададени в проценти $p_1\%$, $p_2\%$ и $p_3\%$, то формула (2) се записва:
$\alpha = p_1\% \cdot 360°$;
$\beta = p_2\% \cdot 360°$;
$\gamma = p_3\% \cdot 360°$.

- **Кръгова диаграма** – Кръговата диаграма се състои от кръг, разделен посредством негови радиуси на области (наречени сектори), пропорционални на данните, които представляват (Фиг. 1).



Фиг. 1

$$\alpha = \frac{N_1}{N} \cdot 360^0; \quad \beta = \frac{N_2}{N} \cdot 360^0; \quad \gamma = \frac{N_3}{N} \cdot 360^0.$$

$$\alpha = p_1\% \cdot 360°; \quad \beta = p_2\% \cdot 360°; \quad \gamma = p_3\% \cdot 360°.$$