СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ СЕКЦИЯ БУРГАС

XXIV СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ "СВЕТИ НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ"

27 НОЕМВРИ 2022 Г.

ТЕМА ЗА 10-11 КЛАС

1. Частното на геометрична прогресия, за която $a_6 - a_5 = 6a_4$ е равно на:

А) 2 Б) -3 В) 2 или -3 Г) -2 или 3

2. Сборът от катетите на правоъгълен триъгълник с хипотенуза 41 cm е равен на 49 cm. Лицето на триъгълника е равно на:

А) 180 cm^2 Б) 190 cm^2 В) 200 cm^2 Г) 210 cm^2

3. За аритметична прогресия $a_1, a_2, ..., a_n$ с разлика цяло число е известно, че

$$a_n + a_{n-1} = a_1 + a_2 + 50.$$

Колко различни стойности може да приема n?

А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4

4. В правоъгълен трапец $ABCD$, $AB \perp AD$ е вписана окръжност с център O. Ако OB = 20 cm и BC = 25 cm, намерете лицето на трапеца.

А) 1176 cm^2 Б) 650 cm^2 В) 848 cm^2 Г) 588 cm^2

5. Три различни числа a, b и c образуват геометрична прогресия и са съответно първи, трети и девети член на аритметична прогресия. Ако $ab = 2c$, то сборът $a+b+c$ е равен на:

А) 56 Б) 78 В) 84 Г) 96

6. В равнобедрен триъгълник ABC, $AC = BC$ е вписана окръжност с център I. Намерете периметъра на триъгълника ABC, ако CI = 17 cm и AC = 68 cm.

А) 960 cm Б) 128 cm^2 В) 320 cm^2 Г) 256 cm

7. Произведението от корените на уравнението $\left(x^2 + 10x + 9\right)\left(\sqrt{x+3} - 4\right) = 0$ е:

А) -13 Б) 117 В) 13 Г) -117

8. Квадратна функция има минимум при $x = 1$ и графиката на функцията минава през точките $A(2;3)$ и $B(1;-2)$. Сборът от коефициентите на функцията е равен на:…….

9. Зар се хвърля 5 пъти и всеки път се записва броя на падналите се точки. Вероятността да са се паднали повече единици отколкото шестици е равна на:……..

10. Бедрата AD и BC на трапец $ABCD$, $AB > CD$ се пресичат в точка M. Ако $MD : DA = 2:3$ и средната основа на трапеца е 7 cm, разликата $AB - CD$ е равна на: ……

11. Множеството от допустимите стойности на израза $\sqrt{x^2-5x+6}+\dfrac{1}{\sqrt{2x^2+x-1}}$ е:

А) $(-\infty;-1]\cup\left[\dfrac{1}{2};2\right)\cup(3;\infty)$ Б) $\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)\cup[2;3]$

В) $(-\infty;-1]\cup\left[\dfrac{1}{2};2\right]\cup[3;\infty)$ Г) $(-\infty;-1)\cup\left(\dfrac{1}{2};2\right]\cup[3;\infty)$

12. Решенията на неравенството $\dfrac{x^2(2x+1)^3}{x^2+x-2}\geq 0$ са:

А) $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right]\cup\{0\}\cup(1;\infty)$ Б) $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right]\cup(1;\infty)$

В) $(-\infty;-2]\cup\{0\}\cup(1;\infty)$ Г) $\left(-2;-\dfrac{1}{2}\right]\cup\{0\}\cup[1;\infty)$

13. В една кутия има 2 сини и 6 червени топки, а в друга кутия има *n* сини и *n*+4 червени топки. По случаен начин се избира една от кутиите и от нея също по случаен начин се избира една топка. Ако вероятността тази топка да е синя е $\dfrac{5}{16}$, то *n* е равно на:.

А) 5 Б) 6 В) 7 Г) 8

14. Броят на тройките (a,b,c) от цели числа, за които

$$a+b-c=15,\ a>0,\ b>2 \text{ и } c<-4$$

е равен на: ……

15. По-голямата от две концентрични окръжности имат радиус $2b$ cm, а по-малката има радиус $3b-5$ cm. За коя стойност на *b* лицето на венеца между двете окръжности е най-голямо?

.....

16. Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $2x^2+4x-1=0$, то $x_1^3+x_2^3$ е равно на:

А) 2 Б) 5 В) 11 Г) -11

17. За числата $a=\log_4 9$, $b=\log_2\sqrt[3]{25}$ и $c=\log_7 50$ е вярно, че

А) $a>c>b$ Б) $c>a>b$ В) $b>c>a$ Г) $c>b>a$

18. За кои стойности на параметъра *k* уравнението $2x^2+kx-k^2=0$ има поне един корен в интервала $(1;3]$?

А) $(-3;-1]\cup[2;6)$ Б) $[-3;-1)\cup(2;6]$

В) $(-3;-1)\cup(2;6)$ Г) $[-3;-1]\cup[2;6]$

19. Колко цели числа в интервала [1;2022] могат да се представят във вида $3x+5y$, където x и y са цели положителни числа?

А) 2000 Б) 2010 В) 2011 Г) 2012

20. Вписаната окръжност в ABC се допира до AC и BC съответно в точки X и Y. Правата XY пресича правата AB в точка Z, като B е между A и Z. Ако $2BZ = AC + BC - AB$, да се намери ъгъл ABC.

З А Д А Ч А

Множество от 2023 естествени числа се нарича *добро*, ако са изпълнени следните две условия:

1. Сборът на всички числа е 4046.

2. Нито едно число не е равно на 2023 и сборът на никои от числата не е равен на 2023.

Намерете всички добри множества.