СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ СЕКЦИЯ БУРГАС

XXIV СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ "СВЕТИ НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ"

27 НОЕМВРИ 2022 Г.

ТЕМА ЗА 12 КЛАС

Модул 1

Време за работа 90 минути

Отговорите на задачите от 1 до 20 включително отбелязвайте в листа с отговори!

1.Стойността на израза $\sqrt{64}+\sqrt[3]{-27}+16^{\frac{1}{4}}$ е равна на:

а) 7 б) 6 в) 5 г) 4

2.Върхът на параболата $y=3x^2-10x+1$ е точката V с координати:

а) $V\left(\frac{5}{3},\frac{1}{3}\right)$ б) $V(5,26)$ в) $V\left(\frac{5}{3},\frac{22}{3}\right)$ г) $V\left(\frac{5}{3},-\frac{22}{3}\right)$

3.Ако x_1 и x_2 са корените на уравнението $4x^2+4x-3=0$, то стойността на израза $3x_1+3x_2-4x_1x_2$ е:

а) -2 б) -1 в) 0 г) 1

4.Корените на уравнението $\left(x^2-49\right)\sqrt{2x-6}=0$ са:

а) $-7,3$ б) $7,3$ в) $-7,7,3$ г) $-7,7$

5.За аритметична прогресия е известно, че $d=2, S_{50}=5000$. Първият член на прогресията е равен на:

а) 18 б) 36 в) 51 г) 45

6.Вероятност на събитие не може да бъде числото:

а) $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}$; б) $(-3)^{-2}$; в) $\sin 450^{\circ}$; г) $\log_3\frac{1}{7}$

7.Модата, медианата и средно аритметичното на извадката $5,4,4,7,7,6,7,13,12,13,10$ са:

а) $7,7,\frac{88}{11}$ б) $13,6,\frac{88}{11}$ в) $4,7,\frac{57}{7}$ г) $7,7,\frac{57}{11}$

8.В окръжност са построени хордите AB и CD, които се пресичат в точка M. Ако $AM=3, BM=12$ и $CD=12$, то дължината на отсечката CM е:

а) 12 б) 10 в) 8 г) 6

9.Дадена е окръжност $k(O,r=2cm)$ и точки A и B от окръжността, такива,че дължината на дъгата AB е $2,5cm$. Мярката на острия ъгъл AOB е:

а) $0,25rad$ б) $1,25rad$ в) $2rad$ г) $2,5rad$

10.Ако $\frac{2\sin\alpha-6\cos\alpha}{\sin\alpha-5\cos\alpha}=4$, то $tg\alpha$ е:

а) 5 б) 7 в) 3 г) 9

11.Точката M е произволна вътрешна точка от височината CH на триъгълника ABC.Ако $AC=4$ и $BC=5$, то разликата MB^2-MA^2 е равна на:

а) 7 б) 9 в) 8 г)10

12. Броят на диагоналите на правилен десетоъгълник е :

а) 15 б) 20 в) 35 г) 45

13. Хипотенузата на правоъгълен триъгъгълник е $10\,cm$, а катетите се отнасят както $3:4$. Периметърът на триъгълника е равен на:

а) $14\,cm$ б) $24\,cm$ в) $34\,cm$ г) $44\,cm$

14. Даден е ромбът $ABCD$ и точка $M\in AB$ такава, че $AM:MB=3:2$. Ако AC пресича DM в точка N , то $MN:ND$ е:

а) $\frac{3}{5}$ б) $\frac{2}{3}$ в) $\frac{1}{2}$ г) $\frac{1}{1}$

15. Най-голямата стойност на израза $\sqrt{2}\left(\sin x-\cos x\right)$ е:

а) 1 б) 2 в) $2\sqrt{2}$ г) $\sqrt{2}$

16. Диагоналите на успоредник са $7cm$ и $3\sqrt{5}cm$, а едната му страна е $3\sqrt{3}cm$. Дължината на другата страна е:

а) $4\sqrt{5}cm$ б) $2\sqrt{5}cm$ в) $\sqrt{67}cm$ г) $\sqrt{161}cm$

17. Даден е равнобедрен триъгълник ABC $\left(AC=BC\right)$. Височината AH $\left(H\in BC\right)$ дели BC на отсечки $CH=6\,cm$ и $BH=4\,cm$ Дължината на AB е:

а) $2\sqrt{5}cm$ б) $4cm$ в) $6cm$ г) $4\sqrt{5}cm$

18. Вравнобедрен трапец диагоналът е с дължина $8\sqrt{3}cm$ и сключва с основите ъгъл 30°. Средната основа на трапеца е с дължина:

а) $6cm$ б) $12cm$ в) $4\sqrt{3}cm$ г) $8cm$

19. Ако BC е най-голямата страна на разностранен триъгълник ABC и $BC:R=\sqrt{2}:1$, където R е радиусът на описаната около триъгълника окръжност, то мярката на ъгъл BAC е:

а) 45° б) 135° в) 120° г) 60°

20. В остроъгълен триъгълник ABC точка H е ортоцентър. Ако $AH=BH=3cm, CH=\sqrt{3}cm$ радиусът на описаната около ABC е:

а) $3\sqrt{3}cm$ б) $\frac{3\sqrt{3}}{2}cm$ в) $3cm$ г) $6cm$

Модул 2

Време за работа 150 минути

Отговорите на задачите от 21 до 25 включително запишете в свитъка за свободните отговори!

21.Числото $\sin 18^\circ - \sin 54^\circ$ е:

22. Ако $\lg 5 = a$ и $\lg 3 = b$, то $\log_{30} 8$ е:

23. Решенията на неравенството $\left|\frac{2x-1}{x-1}\right| \geq 2$ са:

24. В правоъгълен триъгълник с разлика от дължините на катетите 2 *см* е вписана окръжност с радиус 1 *см*. Разстоянието между центровете на вписаната и описаната окръжност е:

25. В цветарски магазин има 8 червени и 5 бели рози. По колко различни начина може да се избере от тях букет от 5 рози, от които точно 3 да са червени ?

Пълните речения с необходимите обосновки на задачите от 26 до 28 включително запишете в свитъка за свободните отговори!

26. Дадена е окръжност k и точка Q, външна за окръжността. Построена е допирателна QT и права m, успоредна на QT, която пресича k в точките A и B. Правите QA и QB пресичат k съответно в точките A_1 и B_1. Правата A_1B_1 пресича QT в точка P. Докажете, че P е среда на QT.

27. Да се реши системата $\begin{cases} x^2 + xy = x \\ y^2 + xy = y \end{cases}$.

28. По колко различни начина могат да седнат около кръгла маса седем души, между които има брат и сестра, които трябва да седнат един до друг.