СЪЮЗ НА МАТЕМАТИЦИТЕ В БЪЛГАРИЯ СЕКЦИЯ БУРГАС

XXIV СЪСТЕЗАНИЕ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАЦИОННИ ТЕХНОЛОГИИ "СВЕТИ НИКОЛАЙ ЧУДОТВОРЕЦ"

27 НОЕМВРИ 2022 Г.

ТЕМА ЗА 10 КЛАС

Задача 1
Ако $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1$ да се намери колко е $f(x-2)$

А) $x^3 - 10x^2 + 29x - 19$ Б) $x^2 + 2x^2 - 3x - 1$ В) $x^2 - 2x + 4$ Г) $x^3 - 4x^2 + x + 7$

Задача 2
Квадратното уравнение с корени $6 - \sqrt{7}$, $6 + \sqrt{7}$ има вида:

А) $x^2 + 12x - 29$ Б) $x^2 - 12x - 29$ В) $x^2 - 12x + 29$ Г) $x^2 + 12x + 29$

Задача 3
Имаме триъгълник ABC и две вътрешни точки X, Y. Нека разстоянията от X до страните BC, CA, AB са съответно 7см, 16см, 9см. А разстоянията от Y до страните BC, CA, AB са съответно 13см, 4см, 11см да се намери радиуса на вписаната окръжност

А) 10см Б) 11см В) 12см Г) 9см

Задача 4
Стойността на израза $\frac{5+\sqrt{10}}{\sqrt{10}+2}$

А) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ Б) $\sqrt{2}$ В) $\sqrt{5}$ Г) $\frac{5}{2}$

Задача 5
Каква е най-малката стойност на израза $f(x) = x^2 - 3x - 28$ в интервала $[-4; 2]$

А) -28 Б) -30 В) 0 Г) $-\frac{121}{4}$

Задача 6
Решенията на неравенството $\frac{x}{(x-2)(x+2)} \leq 0$ са:

А) $(-\infty; -2] \cup [0; 2]$ Б) $(-2; 0] \cup (2; +\infty)$ В) $(-2; 0) \cup (2; +\infty)$ Г) $(-\infty; -2] \cup (0; 2]$ (1)

Задача 7
Ако корените x_1 и x_2 на уравнението $x^2 - 10x + m = 0$ изпълняват условието $5x_1 + 8x_2 = 77$, то m е равно на:

А) 8 Б) 11 В) 10 Г) 9

Задача 8
Стойността на израза: $\sqrt{76 - 42\sqrt{3}} + \sqrt{76 + 42\sqrt{3}}$ е .....

Задача 9
В торба има 8 червени, 5 бели и 10 зелени топки. По случаен начин се вадят 2 от тях. Ако вероятността едната да е бяла, другата да е червена, записана като несъкратима дроб е $\frac{p}{q}$, то $p + q =$ .....

Задача 10
Маринчо има 10 приятели от 8-ми клас, 12 приятели от 9-ти клас, 20 приятели от 10-ти клас, 30 приятели от 11-ти клас и 13 приятели от 12-ти клас. Вероятността сумата от класовете на произволни двама негови приятели да е 20 е .....

Задача 11
Момичетата в един клас са 3 пъти по-малко от момчетата. Само един от учениците е слушал учителката по математика. Каква е вероятността ученика да е момче?

А) $\frac{1}{3}$ Б) $\frac{2}{3}$ В) $\frac{1}{4}$ Г) $\frac{3}{4}$

Задача 12
Общата външна допирателна на две допиращи се окръжности е $\sqrt{50}$. Ако радиуса на по-малката окръжност е 3, да се намери радиуса на по-голямата?

А) 4 Б) $\frac{\sqrt{41}}{2}$ В) $\sqrt{41}$ Г) Не може да се определи

Задача 13

Имаме 10 прави. 5 от тях са успоредни една на друга, три от тях се пресичат в 1 точка, а останалите са в общо положение. Колко пресечни точки имаме?

А) 32 Б) 33 В) 25 Г) Не може да се определи еднозначно

Задача 14

Да се реши системата:

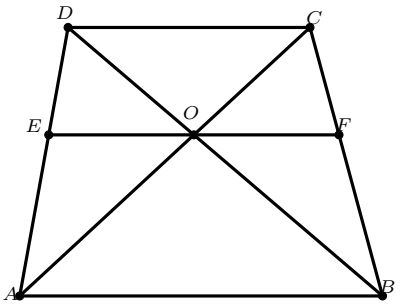
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 8(x-y) \\ x^2 + y^2 = 8 \end{cases}$$

Задача 15

Решенията на уравнението $(x^2-4)\sqrt{x+7} = 0$ са:.....

Задача 16

Нека имаме трапец $ABCD$ такъв че $AB = 4x, CD = 3x$. Ако пресечната точка на диагоналите е O и отсечката EF минава през O (както е показано на чертежа). Да се намери на колко е равна отсечката EF



А) $\frac{3\sqrt{7}}{4}x$ Б) $3x$ В) $3.2x$ Г) $2\sqrt{2}x$

Задача 17

Ако α и β са корените на уравнението $x^2 - 4x + 2$. Да се пресметне $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$

А) 14 Б) 7 В) -7 Г) -14

Задача 18

Колко е сумата на всички естествени число n за които

$$\frac{n^2 + 20n + 51}{n^2 + 4n + 3}$$

е цяло?

А) 25 Б) 26 В) 30 Г) 29

Задача 19

По колко начина може да се наредят 7 единици и 4 нули в редичка, така че да няма една нула между две единици?

А) 64 Б) 40 В) 44 Г) 36

Задача 20

Уравнението
$\sqrt{x} + \sqrt{20 - x} = \sqrt{20 + 20x - x^2}$
има четири различни реални корена x_1, x_2, x_3, x_4. Тогава сумата $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$ .....

ЗАДАЧА

Точката M е среда на страната BC на успоредника $ABCD$,а точката G е пресечната точка на AM диагонала и BD

а) Да се намери отношението $\frac{BG}{GD}$

б) Ако $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{b}$ да се изразят векторите $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{AG}$и $\overrightarrow{DG}$ чрез векторите $\overrightarrow{a}$ и $\overrightarrow{b}$, където точката O е пресечната точка на диагоналите на успоредника.

Задачата изисква пълно описание

1. Г
2. В
3. А
4. А
5. Г
6. В
7. Г
8. 14
9. 293
10. $\frac{16}{83}$
11. В
12. А
13. Б
14. $(x, y) = (2, 2); (-2, -2); (0, 2\sqrt{2}); (0, -2\sqrt{2}); (2\sqrt{2}, 0); (-2\sqrt{2}, 0)$
15. $(-7, -2, 2)$
16. В
17. Б
18. Б
19. В
20. 40

Задача